Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Institut für Mathematische Optimierung
Wintersemester 2002/2003
Prof. Dr. Robert Weismantel
Dipl.-Math. Matthias Köppe

10. Übung zur Vorlesung

Ganzzahlige Optimierung

http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoeppe/lehre/ip-2002
E-Mail: mkoeppe@mail.math.uni-magdeburg.de
Abgabe: Mittwoch, 15. Januar, vor der Übung

1. Aufgabe **(7 Punkte)**

Verwenden Sie das Schnittebenenverfahren aus Abschnitt 9.1 (welches ein ganzzahliges Erzeugendensystem benutzt), um das folgende Problem zu lösen:

$$\begin{array}{rl} \max & 20x_1 + 11x_2 \\ & x_1 \quad + x_2 \leq 5 \\ & -x_1 \quad + x_2 \leq 0 \\ & 6x_1 \quad + 2x_2 \leq 21 \\ & x_1 \in \mathbf{Z}_+,\ x_2 \in \mathbf{Z}_+. \end{array}$$

2. Aufgabe **(7 Punkte)**

Seien $\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^k \in \mathbf{R}^n$ und H ein ganzzahliges Erzeugendensystem von

$$\operatorname{cone}\{\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^k\} \cap \mathbf{Z}^n.$$

Sei $\mathbf{c} \in \operatorname{cone}\{\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^k\} \cap \mathbf{Z}^n$.

Zeigen Sie: $H \cup \{-\mathbf{c}\}$ ist ein ganzzahliges Erzeugendensystem von

$$\operatorname{cone}\{\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^k, -\mathbf{c}, \mathbf{c}\} \cap \mathbf{Z}^n.$$

(Dies ist ein Teil des Endlichkeitsbeweises des Schnittebenenverfahrens aus Abschnitt 9.1)

3. Aufgabe **(7 Punkte)**

Beweisen Sie Proposition 9.1 der Vorlesung:

Seien $\mathbf{A} \in \mathbf{Z}^{n\times n}$ regulär und

$$L = \{\, \mathbf{z} \in \mathbf{Q}^n : \mathbf{z}^\top \mathbf{A} \in \mathbf{Z}^n \,\}.$$

Sei $\mathbf{U} \in \mathbf{Z}^{n\times n}$ eine unimodulare Matrix mit $\mathbf{AU} = \mathbf{B}$, wobei $\mathbf{B}$ untere Dreiecksgestalt hat. Dann ist $(\mathbf{B}^{-1})^\top$ eine Basis des Gitters L.