Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Institut für Mathematische Optimierung
Wintersemester 2002/2003
Prof. Dr. Robert Weismantel
Dipl.-Math. Matthias Köppe

7. Übung zur Vorlesung
Ganzzahlige Optimierung

http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoeppe/lehre/ip-2002
E-Mail: mkoeppe@mail.math.uni-magdeburg.de
Abgabe: Mittwoch, 18. Dezember, vor der Übung

1. Aufgabe **(5 Punkte)**

Konstruieren Sie eine Familie von Beispielen, die zeigen, daß ein Algorithmus für das Min-cost-flow-Problem, der entlang beliebiger negativer Kreise augmentiert, kein polynomielles Verfahren ist.

2. Aufgabe **(5 Punkte)**

Wir betrachten das Tableau

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_B + \mathbf{A}_N \mathbf{x}_N &= b \\ \mathbf{x}_B \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_N &\geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

mit Daten $\bar{\mathbf{A}}_N \in \mathbf{Z}^{m \times n}$ und $\mathbf{b} \in \mathbf{Z}^m$. Sei $j \in N$. Wenn es ein Pivotelement $\bar{a}_{r,j} = 1$ gibt, dann führt ein Pivotschritt um dieses Element zu einer ganzzahligen Basislösung.

3. Aufgabe **(5 Punkte)**

Wenden Sie Algorithmus 8.3 (Augmentierung mit Schnittebenen) auf das folgende Tableau an:

$$\begin{array}{llll} \max & & 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 & \\ \text{s.t.} & s_1 & + 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 & = 1 \\ & s_2 & \qquad\quad + x_2 & = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 & \in \mathbf{Z}_+. & \end{array}$$

4. Aufgabe **(5 Punkte)**

Das Stabile-Mengen-Problem lautet wie folgt:

> Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Eine *stabile Menge* ist eine Teilmenge $S \subseteq V$ mit der Eigenschaft, daß es in G keine Kante zwischen Knoten in S gibt. Finde eine stabile Menge S in G mit maximaler Mächtigkeit.

Sei G ein *odd hole* (ein ungerader Kreis ohne Sehnen) mit den Knoten 1, 2, 3, 4, 5. Betrachten Sie das Stabile-Mengen-Problem auf diesem Graphen.

Formulieren Sie das Problem als ganzzahliges Programm. Konstruieren Sie ein Tableau, so daß die Lösung $\{1, 3\}$ der zugehörigen Basislösung entspricht. Wenden Sie dann Algorithmus 8.3 (Augmentierung mit Schnittebenen) an.