Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Institut für Mathematische Optimierung
Sommersemester 2000
Prof. Dr. Robert Weismantel
Matthias Köppe

6. Übung zur Vorlesung
Kombinatorische Optimierung

`http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoeppe/lehre/ko-2000`
E-Mail: `mkoeppe@mail.math.uni-magdeburg.de`
Abgabe: Donnerstag, 18. Mai, vor der Übung

1. Aufgabe **(5 Punkte)**

Zeigen Sie, daß der Algorithmus aus der Übungsaufgabe 4.2 ein Branching liefert, dessen Gewicht mindestens die Hälfte des Optimalwertes ist.

2. Aufgabe **(5 Punkte)**

Bestimmen Sie ein maximales Branching für den Digraphen mit folgenden Kantengewichten unter Verwendung des vorgestellten Verfahrens.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} & \begin{pmatrix} \cdot & 8 & 5 & \cdot & \cdot & \cdot & 2 \\ 10 & \cdot & 3 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 4 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 6 & \cdot & \cdot & 7 \\ 3 & \cdot & \cdot & \cdot & 5 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 4 & \cdot & 5 & \cdot & 4 & \cdot \end{pmatrix} \end{array}$$

3. Aufgabe **(5 Punkte)**

Auf den Kanten eines vollständigen Graphen $K_n = (V, E)$ sei eine nichtnegative Gewichtsfunktion c gegeben, die die Dreiecksungleichung

$$c(uv) + c(vw) \geq c(uw) \quad \text{für alle } u, v, w \in V$$

erfüllt. Zeigen Sie, daß es für $W \subseteq V$ einen gewichtsminimalen *Steinerbaum* T gibt, d. h. einen Baum $T \subseteq E$, der die Knoten aus W überdeckt, und der höchstens $|W| - 2$ *Steinerpunkte* (Knoten in $V \setminus W$) enthält.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, daß es einen minimalen Steinerbaum gibt, der an jedem Steinerpunkt im Baum T mindestens den Grad 3 hat.