

5. Übungsblatt

Computerorientierte Mathematik

<http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoepp/lehre/coma-2003>

Abgabe der Übungsaufgaben: Donnerstag, 15. Mai, zu Beginn der Übung

15. Aufgabe

10 Punkte

Eine einfach verkettete Liste sei wie folgt in C realisiert:

```
struct element {
    struct element *next; /* Zeiger auf das
                           folgende Element */
    ...                  /* weitere Daten */
};

struct element *list; /* Zeiger auf das
                       erste Element */
```

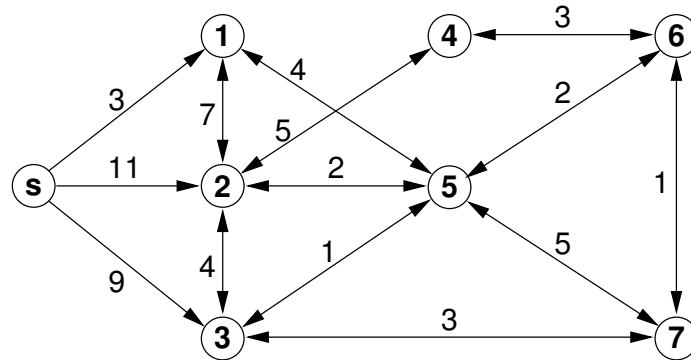
In der Übung wurde gezeigt, wie man an ein neues Element an den Anfang der einfach verketteten Liste `list` einfügt (in $O(1)$ Zeit).

- Zeigen Sie, wie man (in $O(1)$ Zeit) das erste Element einer einfach verketteten Liste entfernen kann. Schreiben Sie ein entsprechendes Programmfragment in C und illustrieren Sie die Arbeitsweise in *Box-and-pointer*-Notation.
- Eine *double-ended queue* (*deque*) ist eine abstrakte Datenstruktur, die eine „Warteschlange“ von Elementen speichert und das Einfügen und das Löschen eines Elementes sowohl am Anfang als auch am Ende erlaubt. Realisieren Sie eine *deque* mit einer Datenstruktur, so daß jede der vier Operationen in $O(1)$ Zeit läuft. Schreiben Sie ein Programmfragment in C für jede der vier Operationen und illustrieren Sie die Arbeitsweise in *Box-and-pointer*-Notation.

Hinweis: Verwenden Sie eine doppelt verkettete Liste, d. h., jedes Element speichert einen Zeiger `next` auf das folgende Element und einen Zeiger `prev` auf das vorhergehende Element, und speichern Sie einen Zeiger auf das erste und auf das letzte Element.

16. Aufgabe**10 Punkte**

Führen Sie an dem unten stehenden Beispielgraphen den in der Vorlesung dargestellten Dijkstra-Algorithmus aus und bestimmen Sie einen kürzesten Weg vom Startknoten s zu allen anderen Knoten. Bestimmen Sie in jeder Iteration den als nächsten zu wählenden Knoten und geben Sie jeweils die Menge der markierten Knoten, sowie für jeden Knoten die momentane Distanz und seinen momentanen Vorgänger an und skizzieren Sie den sich daraus ergebenden aktuellen Kürzeste-Wege-Baum.



Ist der sich abschließend ergebende Kürzeste-Wege-Baum eindeutig bestimmt?

17. Aufgabe**10 Punkte**

Zeigen Sie, daß das Problem, einen kürzesten Weg in einem Graphen zu finden, NP-schwer ist, wenn beliebige (d. h. positive und negative) Kantengewichte zugelassen sind.

Sie dürfen als bekannt voraussetzen, daß das folgende Problem (HAMILTONIAN CIRCUIT) NP-vollständig ist:

Gegeben ein Graph G , gibt es Hamiltonschen Kreis in G , d. h. einen Kreis der Länge $|V|$?

18. Aufgabe**10 Punkte**

Zeigen Sie, daß das Matching-Problem (d. h. die Aufgabe, ein maximales Matching in einem Graphen zu finden) als Spezialfall des Stabile-Mengen-Problems aufgefaßt werden kann. (*Hinweis:* Betrachten Sie den *Kantengraph* $L(G)$ eines Graphen G .)

Gilt das auch umgekehrt?