Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Institut für Mathematische Optimierung
Prof. Dr. Robert Weismantel
Dr. Matthias Köppe, Gebäude 18, Raum 311

Sommersemester 2003

6. Übungsblatt

Computerorientierte Mathematik

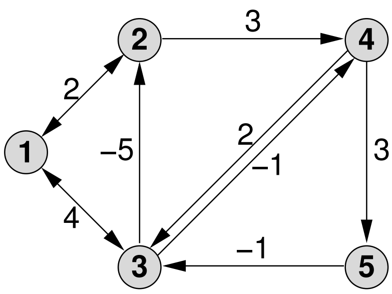
http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoeppe/lehre/coma-2003

Abgabe der Übungsaufgaben: Donnerstag, 22. Mai, zu Beginn der Übung

Hinweise: Wegen der allgemeinen Schwierigkeiten beim Programmieren kann die Abgabe der 1. Programmieraufgabe noch bis zum Mittwoch, 28. Mai, erfolgen. Es wird dann noch genau eine weitere Programmieraufgabe geben. Es ist kein Scheinkriterium mehr, 50 % der Übungspunkte in der ersten Semesterhälfte erzielen zu müssen. Sie benötigen aber insgesamt 50 % der Übungspunkte.

19. Aufgabe **10 Punkte**

Bestimmen Sie unter Verwendung des Floyd-Algorithmus in dem unten stehenden Graphen die kürzesten Wege zwischen allen Knotenpaaren. Geben Sie dazu jeweils die Kürzeste-Weglängen-Matrix $\mathbf{W}^l$ nach Durchlauf der l-ten Iteration, sowie die zugehörige Vorgängerknoten-Matrix $\mathbf{P}^l$ an.



20. Aufgabe **10 Punkte**

Ein Wald ist ein (ungerichteter) Graph, der keinen Kreis enthält; das Analogon in gerichteten Graphen wird als *Branching* bezeichnet. Ein Branching B ist ein gerichteter Graph, der keinen (ungerichteten) Kreis enthält und bei dem jeder Knoten der Endknoten von höchstens einem Bogen, d.h. einer gerichteten Kante, ist.

Wir betrachten den in der 8. Aufgabe vorgestellten Greedy-Algorithmus und modifizieren diesen, so daß statt eines Waldes immer ein zulässiges Branching konstruiert wird.

Input: Ein einfacher gerichteter Graph $D = (V, A)$ mit Bogengewichten $c(a) > 0$ für alle Bögen $a \in A$.

Output: Ein Branching $B \subseteq A$ im Digraphen D.

(1) Sei m die Anzahl der Bögen in D. Numeriere die m Bögen, so daß gilt $c(a_1) \geq c(a_2) \geq \cdots \geq c(a_m) > 0$.

(2) **Set** $B := \emptyset$.

(3) **for** $i = 1$ **to** m **do**

Falls $B \cup \{a_i\}$ ein Branching ist, dann setze $B := B \cup \{a_i\}$.

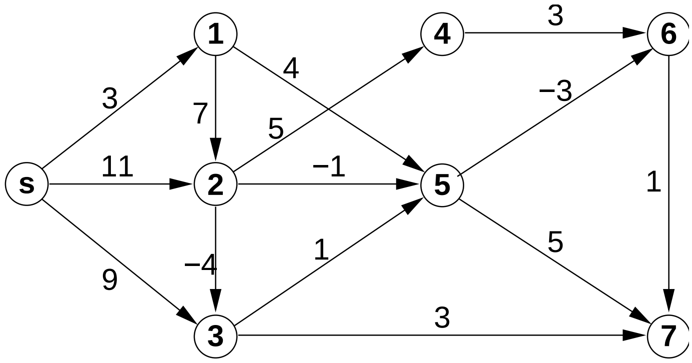
(4) Gib die Menge B aus.

Konstruiert der obige Algorithmus immer ein Branching mit maximalem Gewicht? Falls nicht, versuchen Sie ein Beispiel anzugeben, bei dem der angegebene Algorithmus möglichst schlecht abschneidet.

Bilden die Branchings eines Digraphen ein Unabhängigkeitssystem? Bilden sie ein Matroid?

21. Aufgabe **10 Punkte**

Bestimmen Sie unter Verwendung des Moore-Bellman-Algorithmus in dem angegebenen azyklischen Digraphen die kürzesten Wege vom Knoten s zu allen anderen Knoten.



22. Aufgabe **10 Punkte**

Wir betrachten erneut den Dijkstra-Algorithmus zur Bestimmung kürzester Wege. Zählen Sie die elementaren Operationen, die der Algorithmus ausführt, und bestimmen Sie auf diese Weise eine obere asymptotische Abschätzung der Laufzeitfunktion des Algorithmus (O-Notation).