

8. Übungsblatt

Computerorientierte Mathematik

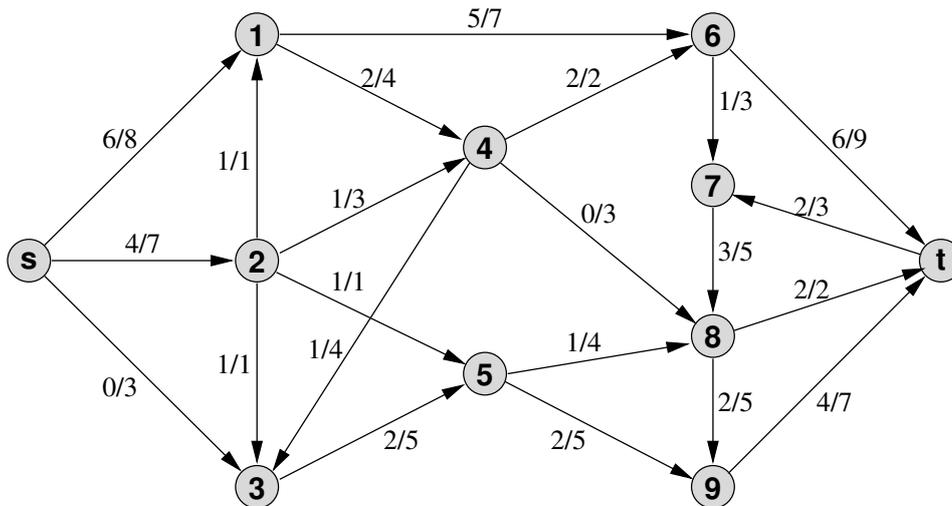
<http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoepp/lehre/coma-2003>

Abgabe der Übungsaufgaben: Donnerstag, 12. Juni, zu Beginn der Übung

25. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben ist das dargestellte kapazitierte Netzwerk mit einem zulässigen (s, t) -Fluß (wie gewöhnlich sind die Werte für jeden Bogen in der Form *Flußwert/Kapazität* angegeben). Bestimmen Sie mit Hilfe des Ford-Fulkerson-Algorithmus einen maximalen (s, t) -Fluß. Geben Sie weiterhin einen minimalen (s, t) -Schnitt an. Ist dieser Schnitt eindeutig?



26. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben seien ein Graph $G = (V, E)$, eine Gewichtungsfunktion $w: E \rightarrow \mathbf{Q}_+$ und zwei Mengen $S, T \subseteq V$ von Start- bzw. Endknoten ($S \cap T = \emptyset$). Wir betrachten das Problem, unter den Wegen in G mit Startknoten $s \in S$ und Endknoten $t \in T$ einen kürzesten Weg (bzgl. Gewichtung w) zu finden. Zeigen Sie, daß dieses Problem in $O(|V|^2)$ elementaren Operationen gelöst werden kann.

Hinweis: Konstruieren Sie einen Hilfsgraphen G' und wenden Sie einen Ihnen bekannten Algorithmus auf diesen an.

27. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben sei ein vereinfachtes Straßennetzwerk einer Stadt, in der alle Straßen entweder parallel zur x -Achse oder zur y -Achse verlaufen. Der Aufwand bzw. die Kosten, die bei der Benutzung einer Straße durch einen Fahrer entstehen, sind durch die Kosten auf den einzelnen Kanten des Netzwerks dargestellt.

Leider gibt es in der Stadt keine Ampeln, und somit ist es sehr schwierig, an einer Kreuzung nach links abzubiegen. Um dies zu berücksichtigen, entstehen beim Linksabbiegen zusätzliche Kosten, die an jeder Kreuzung konstant sind und jeweils α Einheiten betragen.

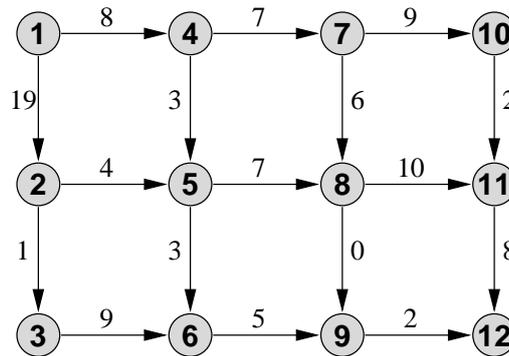


Abbildung 1: Stadtplan von Little-Manhattan

- Beschreiben Sie einen Algorithmus, der das Kürzeste-Wege-Problem unter Berücksichtigung der zusätzlichen Linksabbiegekosten löst. (**Hinweis:** Definieren Sie einen neuen Graphen G^* , und verteilen Sie dann entsprechende Gewichte für die Kanten in dem neuen Graphen G^* , so daß die Abbiegekosten α berücksichtigt werden. Zeigen Sie, wie sich so das ursprüngliche Problem lösen läßt.
- Wenden Sie einen Kürzeste-Wege-Algorithmus auf die Stadt Little-Manhattan an und bestimmen Sie die kürzesten Wege vom Startknoten 1 zu allen anderen Knoten. Nehmen Sie an, daß $\alpha = 8$ ist.

28. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben seien ein Netzwerk $D = (V, A)$ mit positiven Bogenkapazitäten und zwei spezielle Knoten $s, t \in V, s \neq t$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- Wird zu der Kapazität eines jeden Bogens $a \in A$ in dem Netzwerk D eine positive Konstante λ addiert, so bleibt der minimale (s, t) -Schnitt unverändert.
- Wird die Kapazität jedes Bogens $a \in A$ in dem Netzwerk D mit einer positiven Konstanten λ multipliziert, so bleibt der minimale (s, t) -Schnitt unverändert.