

9. Übungsblatt

Computerorientierte Mathematik

<http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoepp/lehre/coma-2003>

Abgabe der Übungsaufgaben: Donnerstag, 19. Juni, zu Beginn der Übung

Organisatorische Hinweise:

1. Dies ist das vorletzte Übungsblatt. Das 10. und letzte Übungsblatt erhalten Sie am 19. Juni; es ist bis zum 26. Juni zu bearbeiten.
2. Statt der angekündigten Klausur wird es kurze Testatsgespräche (10–20 Minuten) in Zweiergruppen geben. Die Gespräche sollen alle an dem Übungstermin am Donnerstag, 3. Juli, im Raum von Prof. Weismantel (G 18-322) stattfinden. Die genauen Termine (im Zeitraum von 08.00 bis 11.00 Uhr) werden vereinbart bzw. bekanntgegeben.

29. Aufgabe

14 Punkte

- (a) Beweisen Sie den folgenden Satz von Dirac: Ist $G = (V, E)$ ein Graph mit $|V| \geq 3$ und ist der Grad jedes Knotens mindestens $\frac{1}{2}|V|$, dann besitzt der Graph G einen Hamiltonschen Kreis.
- (b) Geben Sie einen Graphen $G = (V, E)$ mit $|V| \geq 3$ an, so daß für den Grad jedes Knotens $\delta(v) > \frac{1}{2}|V| - 1$ gilt und der keinen Hamiltonschen Kreis besitzt.

30. Aufgabe

14 Punkte

Gegeben seien ein Digraph $D = (V, A)$ und ein Knotenpaar $s, t \in V, s \neq t$. Formulieren Sie das Problem, im Digraphen D

- (a) eine maximale Anzahl bogendisjunkter,
- (b) eine maximale Anzahl knotendisjunkter

gerichteter Wege von s nach t zu finden, als Maximalflußproblem. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Vorgehensweise.

31. Aufgabe

14 Punkte

Gegeben ist ein Netzwerk $N = (V, A)$ mit Bogenkapazitäten $c_a \geq 0$ für alle $a \in A$ und Knoten $s, t \in V$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Sind alle Bogenkapazitäten ganzzahlig, dann ist auch jeder maximale (s, t) -Fluß ganzzahlig.
- (b) Sind alle Bogenkapazitäten ganzzahlig, dann existiert immer ein maximaler (s, t) -Fluß, der ganzzahlig ist.
- (c) Werden zu dem Netzwerk N zusätzliche Bögen (v, s) von Knoten $v \in V \setminus \{s\}$ zum Startknoten s mit beliebiger Kapazität $c_{(v,s)} \in \mathbf{R}$ hinzugefügt, dann bleibt der Wert eines maximalen Flusses unverändert.