

10. Übungsblatt

Lineare Optimierung

<http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoepp/lehre/opt1-2003>

Abgabe der Übungsaufgaben: bis Donnerstag, 15. Januar, zu Beginn der Übung

41. Aufgabe (10 Punkte)

Dem Dualpaar

$$\max\{\mathbf{c}^\top \mathbf{x} : \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^n\} \quad (\text{P})$$

$$\min\{\mathbf{b}^\top \mathbf{y} : \mathbf{A}^\top \mathbf{y} \geq \mathbf{c}, \mathbf{y} \in \mathbf{R}_+^m\} \quad (\text{D})$$

werde das folgende LP zugeordnet:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^\top \mathbf{x} - \mathbf{b}^\top \mathbf{y} \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{1}t \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{A}^\top \mathbf{y} + \mathbf{1}t \geq \mathbf{c} \\ & \mathbf{c}^\top \mathbf{x} - \mathbf{b}^\top \mathbf{y} \geq 0 \\ & \mathbf{x} \in \mathbf{R}_+^n, \quad \mathbf{y} \in \mathbf{R}_+^m, \quad t \in \mathbf{R}_+ \end{aligned} \quad (\text{H})$$

(Dabei sei $\mathbf{1}$ der Vektor passender Länge, der in allen Komponenten Einsen enthält.)

Zeigen Sie:

- (H) ist stets lösbar.
- (P) und (D) sind lösbar genau dann, wenn (H) den Minimalwert 0 besitzt.

42. Aufgabe (10 Punkte)

Eine Nahrungsmittelfirma stellt aus Nüssen, Haferflocken und Rosinen die zwei verschiedenen Sorten Müsli A und B her. Eine Einheit von Müsli A enthält 2 Einheiten Nüsse, 4 Einheiten Haferflocken und 1 Einheit Rosinen. Eine Einheit von Müsli B enthält 3 Einheiten Nüsse, 1 Einheit Haferflocken und 1 Einheit Rosinen. Beim Verkauf einer Einheit A erzielt die Firma einen Gewinn von 5 EUR, der Verkauf von einer Einheit B bringt 4 EUR. Durch langfristige Verträge stehen der Firma 12000 Einheiten Nüsse, 16000 Einheiten Haferflocken und 4300 Einheiten Rosinen zur Verfügung.

- a) Bestimmen Sie mit der primalen Simplexmethode (auf Papier) einen optimalen Produktionsplan.
- b) Wie ändert sich der optimale Produktionsplan, wenn aufgrund von Lieferschwierigkeiten nur noch 10000 Einheiten Nüsse und/oder 4000 Einheiten Rosinen geliefert werden?
Verwenden Sie die duale Simplexmethode, ausgehend von dem optimalen Tableau aus Teilaufgabe a).

43. Aufgabe

(10 Punkte)

Bestimmen Sie für das Modell aus der Aufgabe 42 a die Schattenpreise der Rohstoffe.

Um welchen Betrag läßt sich durch den Nachkauf von Rohstoffen gemäß der ermittelten Schattenpreise der Gewinn erhöhen?

44. Aufgabe

(10 Punkte)

Zeigen Sie: Zwei disjunkte polyedrische Mengen lassen sich streng trennen.

(Hinweis: Dualität.)