

## 10. Übungsblatt

# Lineare Optimierung

<http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoeppe/lehre/opt1-2003>

**Abgabe der Übungsaufgaben:** bis Donnerstag, 22. Januar, zu Beginn der Übung

### 45. Aufgabe

(10 Punkte)

Die zulässigen Bereiche

$$M_P = \{ \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n : \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \}$$

und

$$M_D = \{ \mathbf{u} \in \mathbf{R}^m : \mathbf{A}^\top \mathbf{u} \geq \mathbf{c}, \mathbf{u} \geq \mathbf{0} \}$$

eines linearen Dualpaares seien beide nichtleer.

- (a) Zeigen Sie: Die Mengen  $M_P$  und  $M_D$  können nicht beide beschränkt sein.
- (b) Können beide unbeschränkt sein?

### 46. Aufgabe

(10 Punkte)

Betrachten Sie das Matrixspiel (Zweipersonen-Nullsummenspiel) mit der folgenden Auszahlungsmatrix:

$$\begin{pmatrix} 20 & 40 & 30 & 25 & 50 & 27 & 30 \\ 40 & 20 & 25 & 40 & 20 & 35 & 25 \\ 10 & 35 & 25 & 50 & 10 & 15 & 35 \\ 40 & 15 & 20 & 12 & 27 & 30 & 10 \\ 30 & 30 & 27 & 20 & 60 & 22 & 15 \\ 15 & 40 & 25 & 30 & 45 & 25 & 20 \end{pmatrix}$$

- (a) Gibt es in diesem Spiel eine Gleichgewichtssituation (in reinen Strategien)?
- (b) Bestimmen Sie für dieses Spiel den Spielwert der gemischten Erweiterung, und geben Sie für beide Spieler Minimax-Strategien an.

#### 47. Aufgabe

(10 Punkte)

Die Firma  $F$  produziert ein Gerät, dessen Lebensdauer von einem elektronischen Transprotokonduktor-Schaltkreis abhängt. Wird das Gerät innerhalb der Garantiefrist defekt, so muß es auf Kosten der Firma  $F$  repariert werden; die Reparaturkosten betragen 36 EUR. Die Lieferfirma  $L$  bietet drei Typen von Schaltkreisen zu unterschiedlichen Preisen und Garantieleistungen an:

- Typ I kostet 4 EUR pro Stück, und  $L$  übernimmt keinerlei Garantie.
  - Typ II kostet 24 EUR pro Stück, wobei  $L$  die Reparaturkosten bei einem Defekt innerhalb der Garantiefrist übernimmt.
  - Typ III kostet 40 EUR pro Stück, da er zusätzlich versichert ist: Wird ein Schaltkreis vom Typ III innerhalb der Garantiefrist defekt, so übernimmt  $L$  die Reparaturkosten und zahlt zusätzlich 40 EUR an  $F$ .
- (a) Beschreiben Sie diese Situation durch ein Zweipersonen-Nullsummenspiel der Firma  $F$  gegen die „Natur“, deren Strategien die Möglichkeiten „Defekt innerhalb der Garantiefrist“ und „kein Defekt innerhalb der Garantiefrist“ sind.
- (b) Bestimmen Sie den Wert der gemischten Erweiterung und eine zugehörige Minimax-Strategie von  $F$ . Wie läßt sich diese Strategie realisieren?
- (c) Wie sinnvoll ist diese Modellierung eigentlich?