

9. Übungsblatt

Lineare Optimierung

<http://www.math.uni-magdeburg.de/~mkoepp/lehre/opt1-2003>

Abgabe der Übungsaufgaben: bis Donnerstag, 18. Dezember, zu Beginn der Übung

37. Aufgabe (10 Punkte)

Zeigen Sie unter Verwendung von Dualitätseigenschaften: Das lineare Optimierungsproblem

$$\max\{ \mathbf{c}^\top \mathbf{x} : \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \}$$

ist entweder inkonsistent, unbeschränkt, oder jede zulässige Lösung ist optimal.

38. Aufgabe (10 Punkte)

Zeigen Sie: Das Ungleichungssystem $\mathbf{Ax} > \mathbf{0}$ ist genau dann unlösbar, wenn das System $\mathbf{A}^\top \mathbf{u} = \mathbf{0}$, $\mathbf{u} \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ eine Lösung besitzt.

39. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Whisky-Importeur unterhält zwar einen unbegrenzten Markt für seine Ware, aber durch Importbeschränkungen werden seine monatlichen Einkaufsmengen folgendermaßen begrenzt:

<i>Sir Roses</i>	höchstens 2000 Flaschen zu 35 €,
<i>Highland Wind</i>	höchstens 2500 Flaschen zu 25 €,
<i>Old Frenzy</i>	höchstens 1200 Flaschen zu 20 €.

Daraus stellt er drei Mischungen A, B und C her, die er zu 34 €, 28.50 €, bzw. 22.50 € pro Flasche verkauft. Die Zusammensetzung der Mischungen ist:

- A wenigstens 60% *Sir Roses*
höchstens 20% *Old Frenzy*
- B wenigstens 15% *Sir Roses*
höchstens 60% *Old Frenzy*
- C höchstens 50% *Old Frenzy*

Wie sollten die Mischungen aussehen, und wieviel sollte von jeder Mischung hergestellt werden, um einen maximalen Gewinn zu erzielen?

Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm und lösen Sie es mit GLPK!

40. Aufgabe**(10 Punkte)**

Lösen Sie die folgende Optimierungsaufgabe mittels der dualen Simplexmethode (auf Papier).

$$\begin{array}{ll} \min & 5x_1 + 6x_2 \\ \text{s. t.} & 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ & 2x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ & 4x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$